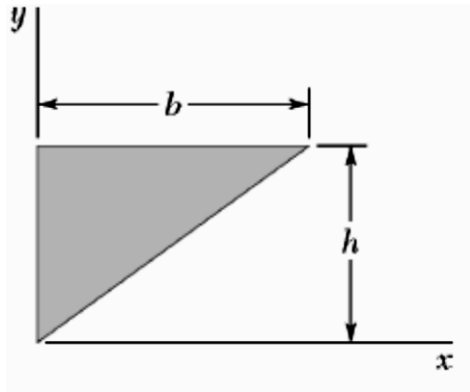


MOMENTOS DE INÉRCIA DE ÁREA

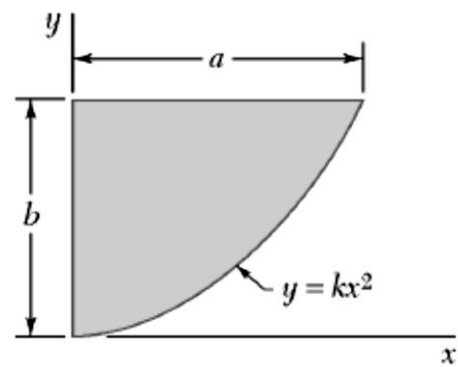
EXERCÍCIOS

- Determine por integração direta, para a superfície sombreada mostrada na figura, os momentos de inércia I_x e I_y .

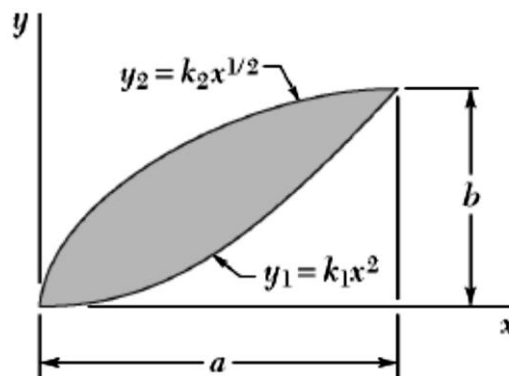
a)



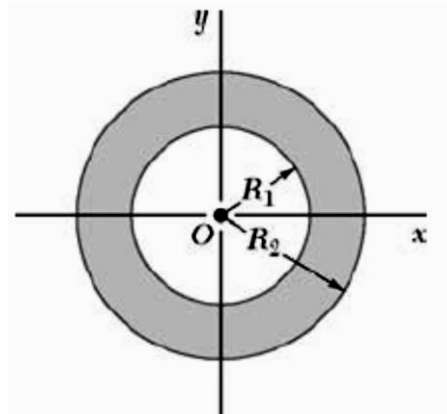
b)



- Determine os momentos de inércia e os raios de giração da superfície sombreada representada na figura, relativamente aos eixos x e y .

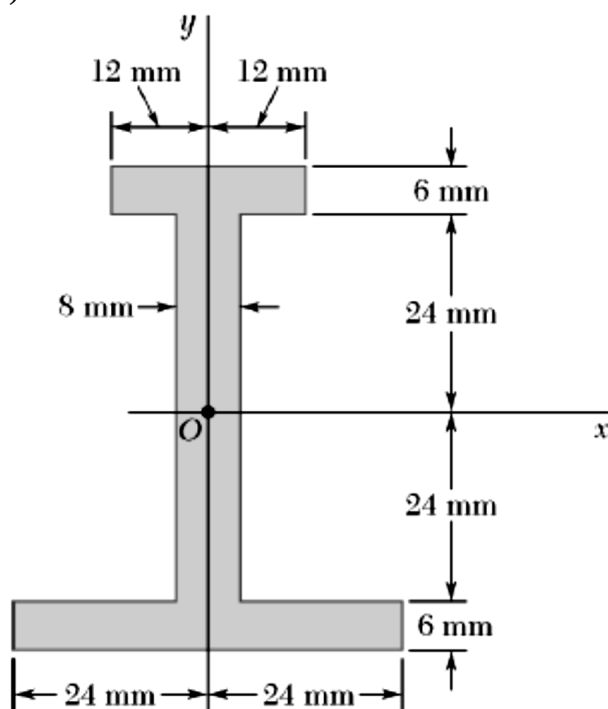


- Determine o momento polar de inércia da coroa circular relativamente ao ponto O .
 - Determine os momentos de inércia relativamente aos eixos x e y .

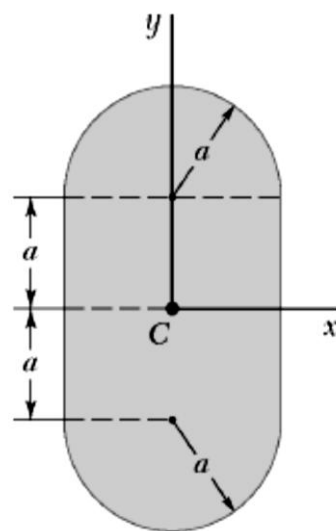


4. Determine os momentos de inércia e raios de giração da superfície sombreada, relativamente aos eixos x e y .

a)

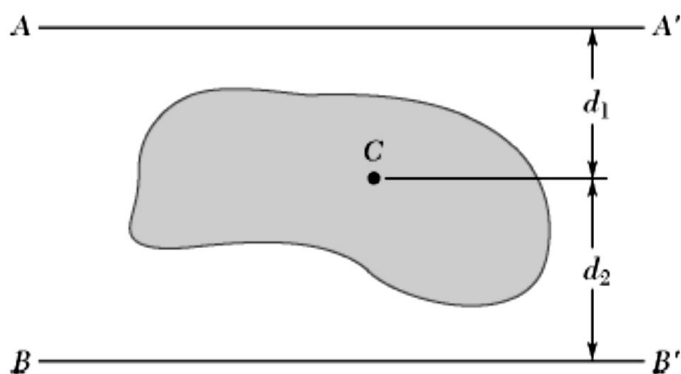


b)

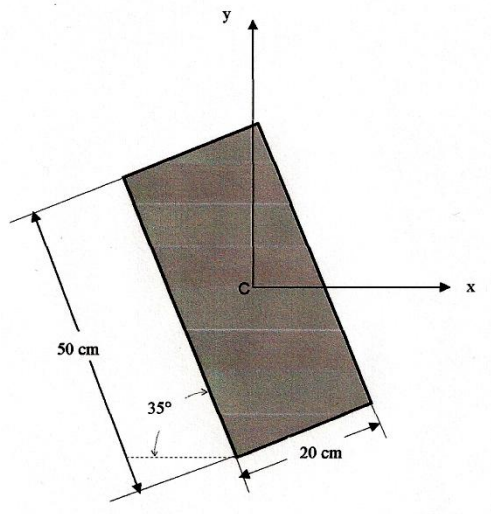


$$a = 20 \text{ mm}$$

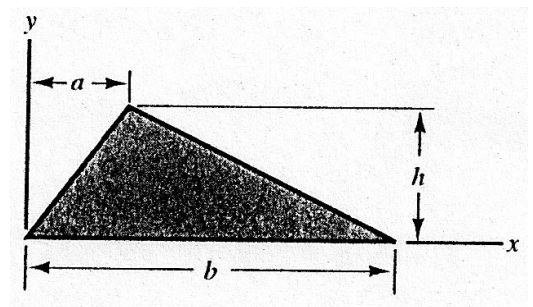
5. Para a superfície sombreada representada na figura com 4000 m^2 de área, determine a distância d_2 e o momento de inércia relativamente a um eixo baricêntrico paralelo a AA' , sabendo que os momentos de inércia relativamente a AA' e BB' são, respectivamente, $12 \times 10^6 \text{ mm}^4$ e $23,9 \times 10^6 \text{ mm}^4$, e que $d_1 = 25 \text{ mm}$.



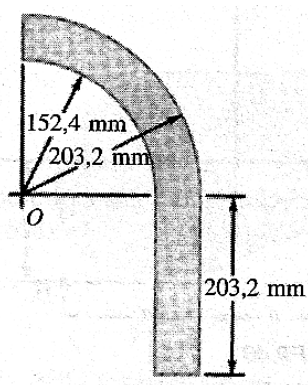
6. Para a seção retangular mostrada na figura, determine os momentos de inércia e o produto de inércia em relação aos eixos baricêntricos x e y .



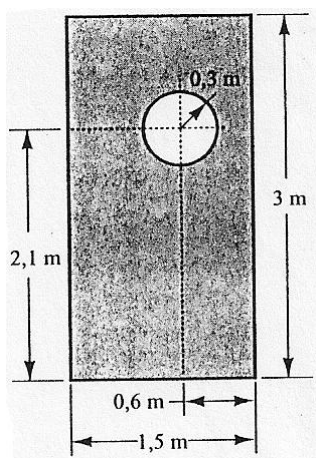
7. Determine os momentos de inércia e produto de inércia do triângulo da figura em relação aos eixos x e y .



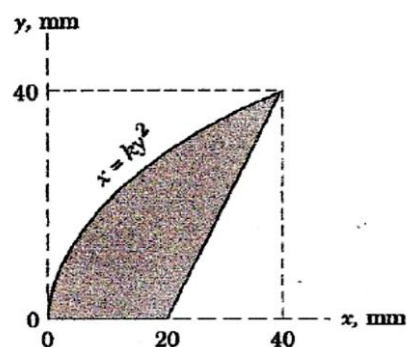
8. Determine o momento polar de inércia da superfície representada relativamente ao ponto O .



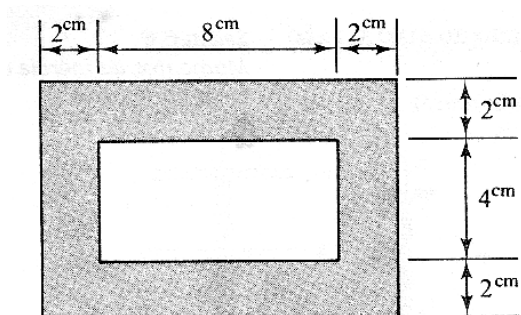
9. Determine os momentos de inércia e produto de inércia em relação aos eixos centroidais paralelo e perpendicular à base do retângulo da figura. Determine a direção dos eixos centroidais para os quais o produto de inércia é zero.



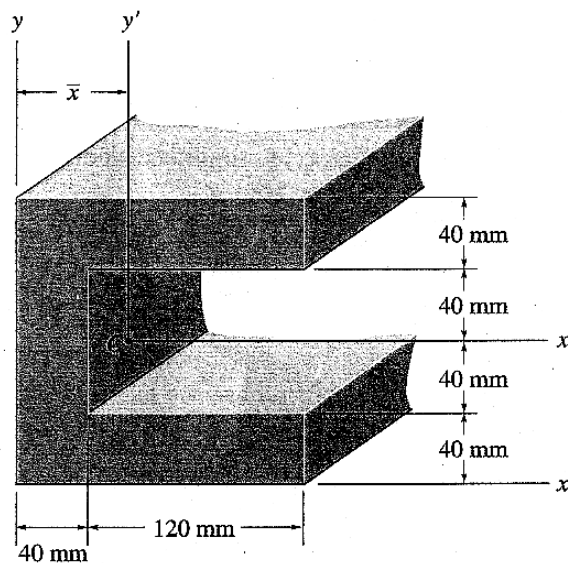
10. Determine o momento de inércia da área sombreada em relação ao eixo y .



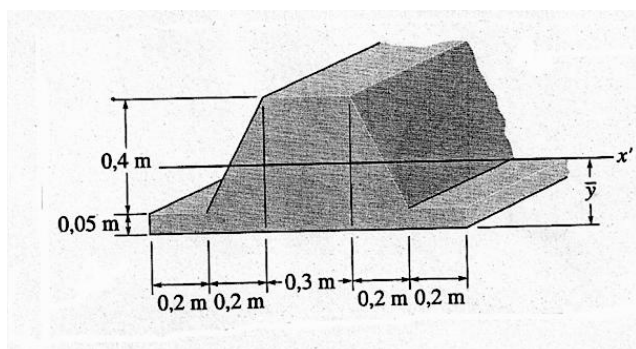
11. Para a superfície sombreada mostrada, determine:
- o momento de inércia em relação ao eixo centroidal vertical;
 - o respectivo raio de giração;
 - o produto de inércia em relação aos eixos centroidais horizontal e vertical.



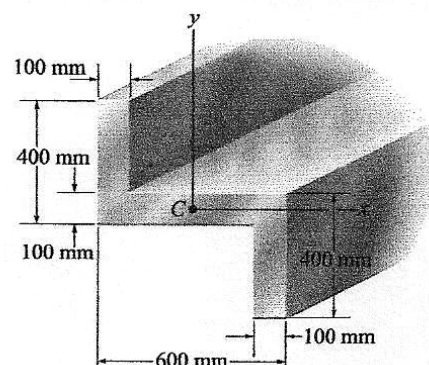
12. Para a seção transversal da viga mostrada na figura, determine:
- as coordenadas $\bar{x}$ e $\bar{y}$ do centróide da viga;
 - os momentos e produto de inércia em relação aos eixos centroidais x' e y' ;
 - os novos momentos e produto de inércia obtidos pela rotação dos eixos centroidais de -35° ;
 - a direção dos eixos principais de inércia.



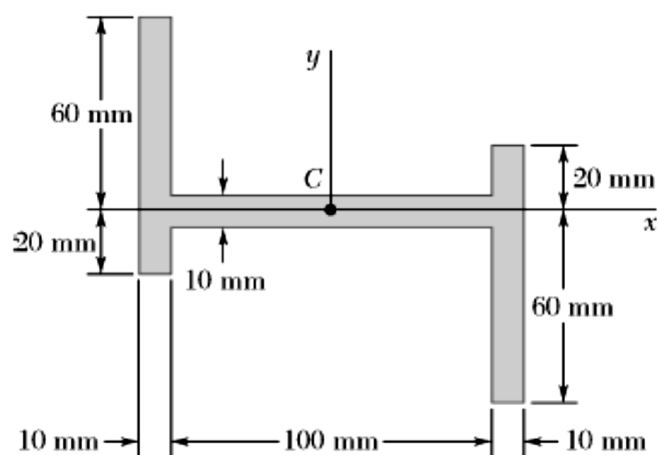
13. Localize o centróide $\bar{y}$ da seção transversal e determine o momento de inércia em relação ao eixo x' .



14. Para a área da seção transversal da viga mostrada na figura, pede-se:
- determine os momentos de inércia e produto de inércia em relação aos eixos centroidais x e y ;
 - determine a direção dos eixos centroidais principais de inércia e os respectivos momentos principais de inércia;
 - esboce o correspondente círculo de Mohr, indicando os resultados encontrados nos itens *a* e *b*.



15. Determine o produto de inércia da superfície representada relativamente aos eixos baricêntricos x e y .



Respostas:

$$1. \ a) I_x = \frac{bh^3}{4}; I_y = \frac{b^3h}{12}; \ b) I_x = \frac{2ab^3}{7}; I_y = \frac{2a^3b}{15}$$

$$2. \ a) I_x = \frac{3ab^3}{35}; k_x = b\sqrt{\frac{9}{35}}; \ b) I_y = \frac{3a^3b}{35}; k_y = a\sqrt{\frac{9}{35}}$$

$$3. \ a) J_o = \frac{\pi}{2} [R_2^4 - R_1^4]; \ b) I_x = I_y = \frac{\pi}{4} [R_2^4 - R_1^4]$$

$$4. \ a) I_x = 390 \times 10^3 \text{ mm}^4; k_x = 21,9 \text{ mm}; I_y = 64,3 \times 10^3 \text{ mm}^4; k_y = 8,87 \text{ mm}$$

$$b) I_x = 1268 \times 10^6 \text{ mm}^4; I_y = 339 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$5. \ d_2 = 60,0 \text{ mm}; \bar{I} = 9,50 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$6. \ I_x = 90,91 \times 10^3 \text{ cm}^4; I_y = 150,76 \times 10^3 \text{ cm}^4; P_{xy} = -82,22 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

$$7. \ I_x = \frac{bh^3}{12}; I_y = \frac{bh}{12} (a^2 + ab + b^2); P_{xy} = \frac{bh^2}{24} (2a + b)$$

$$8. \ 928,29 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$9. \ \bar{I}_x = 3,26 \text{ m}^4; \bar{I}_y = 0,72 \text{ m}^4; \bar{P}_{xy} = 0,12 \text{ m}^4; \theta_p = 2,62^\circ$$

$$10. \ 278,10 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$11. \ (a) 981,33 \text{ cm}^4; (b) 3,92 \text{ cm}; (c) 0$$

$$12. \ (a) \bar{x} = 68 \text{ mm}; \bar{y} = 80 \text{ mm}$$

$$(b) \bar{I}_{x'} = 49,49 \times 10^6 \text{ mm}^4; \bar{I}_{y'} = 36,96 \times 10^6 \text{ mm}^4; \bar{P}_{x'y'} = 0$$

$$(c) I_u = 45,37 \times 10^6 \text{ mm}^4; I_v = 41,08 \times 10^6 \text{ mm}^4; P_{uv} = -5,89 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(d) $\theta_p = 0$. Em função do eixo x' ser eixo de simetria, os eixos x' - y' são os eixos principais de inércia.

$$13. \ \bar{y} = 0,18 \text{ m}; \bar{I}_{x'} = 4,24 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$14. \ (a) I_x = 2,90 \times 10^9 \text{ mm}^4; I_y = 5,60 \times 10^9 \text{ mm}^4; P_{xy} = -3,00 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$(b) \theta_p = -32,9^\circ; I_{\max} = 7,54 \times 10^9 \text{ mm}^4; I_{\min} = 0,96 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$15. \ \bar{P}_{xy} = -1,760 \times 10^6 \text{ mm}^4$$